JOURNAL DE CIENCIA E INGENIERÍA Vol. 01, No. 1, Agosto de 2009, Páginas 13–16

INVESTIGACIÓN

Simulación de un Computador Cuántico Con Óptica Lineal

H. E. Caicedo-Ortiz[1-2] y S. T. Pérez-Merchancano[2]

[1] Grupo de Ingeniería y Tecnologias Cuanticas,Corporacion Universitaria Autonoma del Cauca, Popayán, Colombia

[2] Grupo de Semiconductores y Nuevos Materiales, Universidad del Cauca, Popayán, Colombia

Recibido: 2 de Mayo de 2007; Revisado: 20 de Julio de 2007; Aceptado: 15 de Noviembre de 2007

Resumen— En este artículo se presenta un método de simulación de compuertas cuánticas usando componentes de óptica lineal. Se indica el comportamiento en términos de operadores de evolución así como la implementación interferométrica de las compuertas, NOT, Hadamard y 2-Hadamard.

Palabras Clave: ***Computación Cuántica, Compuertas Cuánticas Óptica Lineal, Óptica Cuántica***

Abstract— In this paper appears a model of simulation of quantum gates using components of linear optics. In this article, one indicates the behavior in terms of evolution operators and the interferometric implementation of the gates , NOT, Hadamard y 2-Hadamard.

Keywords: Quantum Computing, Quantum Gates, Lineal Optics, Quantum Optics

I. INTRODUCCIÓN

La teoría de la computación cuántica tuvo su inicio formal en 1982 cuando Richard Feynman formula la posibilidad de utilizar sistemas cuánticos como herramientas de calculo y simulación de nuevos procesos cuánticos[1]. Con la aparición de los trabajos de Peter Short [2] y Lov Groover [3] la potencialidad e implementación de dispositivos de computo cuántico ha cobrado gran auge en la investigación científica actual. En los mecanismos de implementación de un computador cuántico existe un elemento básico y fundamental que representa la mínima unidad de información y es el bit cuántico o qubit, constituido por un vector unitario en un espacio de Hilbert bidimensional, cuya base ortonormal es {|0>, |1>} y con la cual se describe cualquier estado de dicho sistema. En la situación mas general, un qubit es un estado normalizado que es expresado por

$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle \tag{1}$$

Donde α, β son números complejos que representan las amplitudes de probabilidad que el sistema transite de un estado a otro. Estos parámetros cumplen la relación

$$|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1 \tag{2}$$

II. MODELO OPTICO

En este esquema el soporte de qubits es representado por un fotón en una configuración de entrada a un sistema interferométrico, envolviendo esencialmente 2^n [4-7] caminos, donde n es el número de qubits a representar. Si uno de ellos esta vacío, es decir, hay una ausencia de fotones, su representación esta dada por $|01\rangle$ (0 Clásico), mientras que si en el segundo ocurre lo contrario, su representación es $|10\rangle$ (1 clásico). La respuesta que presenta el sistema en los puertos de salida es una superposición de estos dos estados básicos. Tomando la identificación $|01\rangle = |0_L\rangle$ y $|10\rangle = |1_L\rangle$ se tiene que tal representación es

$$|\psi\rangle = \alpha|0_L\rangle + \beta|1_L\rangle \tag{3}$$

Existen otros modelos ópticos en los cuales n fotones interactúantes entre dispositivos no lineales (actuando como compuertas cuánticas de 2-qubits) son requeridas para representar n qubits [8]. Estos esquemas típicamente hacen uso de la no linealidad de kerr[8] produciendo cambios de fase dependientes de la intensidad, tal que la presencia de un fotón en un camino induce un cambio de fase en el segundo fotón.

A partir de una disposición de estos elementos, es factible generar comportamientos de los qubit operados por compuertas cuánticas. Esta correspondencia entre la óptica y la computación cuántica, a través de la lógica cuántica y la cual a sido poco explotada permite relacionar el comportamiento de una compuerta cuántica de un qubit con experimentos de interferometría de fotones en el cual se observa a gran escala los efectos de interferencia relacionados con la diferencia de fase entre las partículas que interactúan.[4-7].

III. ELEMENTOS ÓPTICOS

La representación matemática del BS como de PS, se realiza a través de un hamiltoniano fenomenológico asociado a cada elemento, el cual describe el comportamiento clásico esperado para cada uno de ellos. El BS puede ser considerado como un sistema de dos modos de entrada, con dos modos de salida. Estos modos de entrada son representados a través de operadores de aniquilación (creación) **a** (**a**$^+$) y **b** (**b**$^+$). El hamiltoniano asociado a este sistema es escrito por

$$H = h\theta(ab^{+} + a^{+}b) \quad \textbf{(4)}$$

Considerando la representación de Heisenberg[9] y resolviendo el sistema acoplado de ecuaciones resultante de este sistema para el caso más general, se tiene que el operador de evolución es

$$B = e^{i\phi_0}\begin{bmatrix} e^{i\phi_\tau} Cos\theta & e^{i\phi_\rho} Sen\theta \\ -e^{i\phi_\rho} Sen\theta & e^{-i\phi\tau} Cos\theta \end{bmatrix} \quad \textbf{(5)}$$

Donde θ es el ángulo con el cual los fotones interactúan con el Beam Splitter, ϕ_0 es el factor de fase global, ϕ_τ es la diferencia de fase adquirida en la transmisión y ϕ_ρ es la diferencia de fase adquirida en la reflexión. Para un Beam Splitter 50/50, la matriz que describe este sistema es

$$B = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1+i & 1-i \\ 1-i & 1+i \end{bmatrix} \quad \textbf{(6)}$$

El PS por su parte, es descrito por un hamiltoniano igual a de un oscilador armónico bidimensional con campo magnético [9], siendo este de la forma

$$H = \hbar\omega(a^{+}a + \frac{1}{2}) = \hbar\omega(n + \frac{1}{2}) \quad (7)$$

Donde $\omega = 2\pi v$ y v es la frecuencia óptica. Este elemento presenta un operador de evolución en el tiempo dado por

$$P = e^{-i\frac{H}{\hbar}t} = e^{-i\omega tn} \quad \textbf{(8)}$$

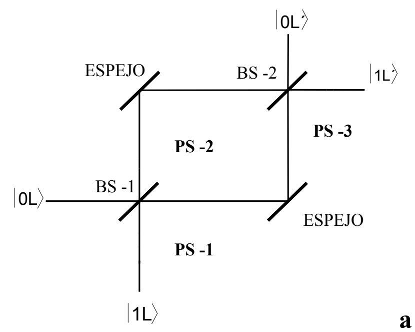
Su representación matricial es

$$P = \begin{bmatrix} e^{-i\omega tn} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \textbf{(9)}$$

Donde ωtn es el ángulo de desfasamiento inducido al estado con el cual interactúa.

IV. COMPUERTAS CUANTICAS

En computación cuántica, las operaciones realizadas por las diversas compuertas cuánticas se representan como un conjunto de transformaciones unitarias que actúan sobre los qubits. A continuación consideremos algunas compuertas básicas de un qubit basadas en este modelo.



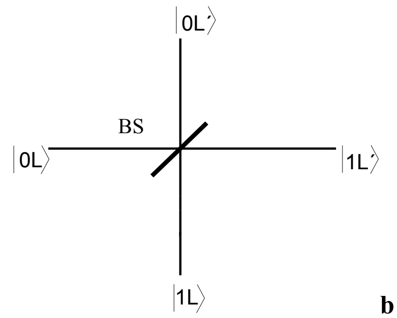


Figura 1.. Representación interferométrica de las compuertas a) $\sqrt{\mathbf{NOT}}$ b) NOT en el esquema de la óptica lineal.

Consideremos inicialmente una compuerta que no tiene un análogo clásico como es la compuerta $\sqrt{NOT}$ **.** Este sistema se implementa con un Beam Splitter en una configuración 50/50, sobre el cual actúan fotones en estados $|1L\rangle, |0L\rangle$. En la figura 1.a. se observa el esquema del sistema interferométrico que permite simular el comportamiento de esta compuerta. Considerando el operador que describe el comportamiento del BeamSplitter, es posible representar la acción de esta compuerta como un operador de evolución de la forma

$$\sqrt{NOT} = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1+i & 1-i \\ 1-i & 1+i \end{bmatrix} \quad \textbf{(10)}$$

Si se interconecta en serie dos BS 50/50, utilizando como elemento de acople dos espejos, el comportamiento que presenta el sistema es el de actuar sobre el qubit en forma consecutiva dos compuertas $\sqrt{NOT}$ obteniendo finalmente la compuerta **NOT**. La representación matricial de estas compuertas es

$$\sqrt{NOT}\sqrt{NOT} = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1+i & 1-i \\ 1-i & 1+i \end{bmatrix}\frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1+i & 1-i \\ 1-i & 1+i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = NOT \quad \textbf{(11)}$$

En la figura 1.b. se observa la configuración interferométrica del sistema, en el cual las respuestas del primer BS son acopladas a través de espejos como señales de entrada al segundo beam splitter.

Hasta el momento no se considerado en estos sistemas interferométricos cambios de fase tanto en las señal de entrada como de salida. Al tomar encuenta esta factor, es posible generar otro tipo de compuertas como la compuerta Hadamard (H) , cual se representa como un BS 50/50 interconectado en una de sus líneas por un PS el que produce un desfasamiento de $-\frac{\pi}{2}$ radianes a uno de los dos estados de entrada. En la Figura 2.a. se observa la representación interferométrica de este compuerta.

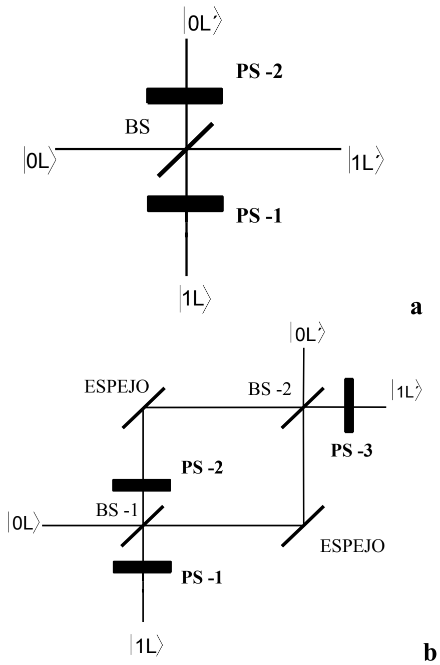


Figura 2. *Representación de las compuertas* ***a) Hadamard b) 2-Hadamard*** *en el esquema de la óptica lineal*

La representación matricial de la transformación Hadamard esta dada por

$$H = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \quad \textbf{(12)}$$

La compuerta Hadamard presenta una característica muy importante que esboza una vez mas las ventajas de la computación cuántica respecto a los sistemas clásico y es el hecho de ser un operador unitario, es decir, que al ser aplicada 2 veces en forma consecutiva sobre el qubit su acción es la de un operador identidad, permitiendo que este retorne al estado inicial, abriendo la posibilidad de reversibilidad en el procesamiento de información cuántica.

En la Figura 2 b. se observa su representación, en la cual se han interconectado a través de dos espejos dos configuraciones básicas de compuertas Hadamard. La representación de este comportamiento esta descrito por el operador

$$HH = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I \quad \textbf{(13)}$$

V. CONCLUSIONES

El propósito de este trabajo fue mostrar un sistema de n-qubits puede ser representado por un fotón en una configuración interferométrica de 2^n caminos. Este tipo de sistemas hace posible la implementación de procesamiento de información cuántica a través de experiencias ópticas. Se muestra como es posible construir ciertas compuertas cuánticas, algunas de ellas sin análogo clásico y con la característica de reversibilidad en los procesos cuánticos de información se hace latente a pesar que la implementación física del sistema es enteramente clásica. Así mismo, esta implementación permite pensar en modelos cuánticos sofisticados y aun más complejos que vislumbrarían la posibilidad de representar teletransporte de estados cuánticos a través de estos mecanismos, sin embargo en ellos se haría necesario un arreglo en cascada de diversos elementos de la óptica lineal de manera que este entorno abre la posibilidad de realizar montajes experimentales altamente confiables.

REFERENCIAS

[1] R.P. Feynman. Simulating Physics With Computer, Int. J. Theor. Phys, 21;467, 1982
[2] P.Short, in Proc. 35th Annual Symposium on Foundations of Computer Science, IEEE Press, USA, 1994.
[3] L. Grover, Proc. 28 Annual ACM Symposium on the theory of Computing, ACM Press New York, 212,1996.
[4] N. J. Cerf, C. Adami and P. Kwiat. Optical Simulation of Quantum Logic. Phys. Rev A, 57:R1477, 1998.
[5] E. Knill, R. Laflamme and G.J. Milburn. Efficient Linear Optics Quantum Computation. 2000.E-print quant-ph/0006088.
[6] E. Knill, R. Laflamme and G.J. Milburn. A Scheme for Efficiente Quantum Computation with Linear Optics, Nature 409, 46-52, 2001.
[7] N. J. Cerf, C. Adami. Quantum Computation With Linear Optics. 1998. E-print quant-ph/9806048.
[8] I.L. Chuang and Y. Yamamoto. Simple Quantum Computer. Phy. Rev. Lett., 75(4):748-50, 1995.
[9] G. Bjork and J. Soderholm. The Dirac Notation in Quantum Optics. Lecture Notes Pags14-17 Consultado el 1 de febrero de 2004. http://www.imit.kth.se/courses/2B5317/notes_01.pdf

Hernando Efraín Caicedo Ortiz: Nacido en Bogotá, Colombia, es Ingeniero Fisico de la Ingeniería Física en la Universidad del Cauca. Ha sido profesor Investigador de la Facultad de Ingeniería de la Corporación Universitaria Autnoma del Cauca, Director del Grupo de Ingeniería y Tecnologías Cuánticas. Actualmente es profesor del departamento de Fisica de la Universidad del Cauca y miembro de la Sociedad Colombiana de Física. Sus áreas de investigación son: Teoría de la Computación e Información Cuántica, Algoritmos y Criptografía Cuántica

Servio Tulio Pérez Merchancano: Obtuvo el Titulo de Licenciado en Física y Matemáticas en la Universidad de Nariño (Colombia) en 1986, Maestría en Física del Estado Sólido en la Universidad del Valle (Colombia) en 1992, Doctorado en Física Teórica del Estado Sólido en la Universidad Estatal de Campinas, Brasil en 1997 y Post-Doc en la Universidad de San Carlos, Brasil, en 1998. Es profesor del Departamento de Física de la Universidad del Cauca, Popayán, Colombia, e imparte docencia en las áreas de Mecánica Cuántica, Computación Cuántica, y Mecánica Molecular al programa de Ingeniería Física de la Universidad del Cauca. Es director del Grupo de Semiconductores y Nuevos Materiales – SENUMA y miembro de la Sociedad Colombiana de Física. Entre sus áreas de Investigación están la Computación e Información Cuántica basada en Estado Sólido, Coherencia Cuántica y Semiconductores de Baja Dimensionalidad.