

## INVESTIGACIÓN

# Modelo en Marco Estacionario del Motor de Inducción Trifásico

Francisco Franco Obando

Corporación Universitaria Autónoma del Cauca, Popayán, Colombia.

Recibido: 30 de Mayo de 2010; Revisado: 25 de Junio de 2010; Aceptado: 28 de Junio de 2010

**Resumen**—En este documento se presenta el modelado de una maquina de inducción trifásica en coordenadas de la maquina y su posterior transformación a un marco de referencia estacionario que permite disminuir el tamaño sin afectar la dinámica del modelo. También se prueba el modelo obtenido con un modelo de power sistem del uno de los toolbox de Matlab.

**Palabras Clave:** Inductancia, flujo magnetico, devanado, reluctancia, rotor, estator y enlace de flujo.

**Abstract**— In this papper presents the modeling of a three-phase induction machine in the machine coordinates and converting to a stationarity system for to reduce the size without affecting the dynamics of the model. Also test the model obtained with a model of power system Matlab toolbox.

**Keywords:** Inductance, magnetic flux, winding, reluctance, rotor, stator and link flow.

## I. INTRODUCCIÓN

Las máquinas de inducción trifásicas o asincrónicas, en particular aquellas con rotor tipo jaula de ardilla, son, en la actualidad, las máquinas eléctricas con mayor aplicación industrial [22]. La operación típica de estas máquinas es como motor, en cuyo caso el funcionamiento básico consiste en alimentar el devanado del estator desde una fuente trifásica para producir un campo magnético rotatorio, el cual induce corrientes en las barras del rotor, produciéndose así un par motriz en el eje de la máquina.

La mayoría de las aplicaciones del motor de inducción operan a velocidad constante y cercana a la velocidad

síncrona; sin embargo, en muchas aplicaciones es necesario operar con diferentes velocidades o poder variar éstas continuamente por qué se hace necesario desarrollar controladores de velocidad para la maquina asíncrona. En estos controladores tanto lineales como no lineales se hace necesario obtener un modelo de la planta que en el caso del control de velocidad o de par se refiere al modelo del motor de inducción trifásico, en este documento se presenta un modelado de una maquina asíncrona trifásica en coordenadas de la misma, posteriormente se indica la transformación del modelo a un sistema coordinado ortonormal, más adelante se muestra el comportamiento del modelo en simulación y su semejanza con el modelo en coordenadas  $d-q-0$  del motor que presenta el *toolbox* de Matlab, por último se indican las conclusiones de la investigación y las apreciaciones del trabajo.

## II. FORMULACIÓN DE LA MAQUINA ASÍNCRONA

Un motor de inducción trifásico con rotor en jaula de ardilla es una maquina eléctrica alimentada por tres señales alternas de tensión desfasadas  $120^\circ$  entre sí, estas tensiones inyectan corriente alterna igualmente desfasada a tres devanados o inductores que se encuentran en el estator que es la parte externa de la maquina. La corriente por cada inductor o bobina genera una densidad de campo magnético que gira a la frecuencia eléctrica de la corriente, es decir que en el estator se tiene un campo magnético rotatorio.

El rotor es la parte móvil de la maquina, es un cilindro montado en un eje. Internamente contiene barras conductoras longitudinales de aluminio o de cobre con surcos y conectados juntos en ambos extremos poniendo

en cortocircuito los anillos que forman la jaula. El nombre se deriva de la semejanza entre esta jaula de anillos y barras a una rueda de hámster. El rotor se ubica en el interior del estator, ahora, el movimiento relativo entre el campo producido por las corrientes de estator y la rotación del rotor induce corriente en los conductores de este. Luego, estas corrientes que fluyen longitudinalmente en los conductores reaccionan con el campo magnético del motor produciendo una fuerza que actúa tangente al rotor, dando por resultado un esfuerzo de torsión para dar vuelta al eje. La diferencia entre la velocidad mecánica de rotación y la velocidad del flujo magnético de estator se llama "deslizamiento" y aumenta con la carga.

Una manera de explicar el comportamiento dinámico y los procesos energéticos principales en un motor es ideando un circuito equivalente por fase, donde se usan resistencias para representar las pérdidas en el cobre del rotor, en el cobre del estator y en el hierro, así como inductores para representar la energía magnética almacenada en los campos dispersos del rotor y del estator, y en el flujo que acopla el rotor y el estator a través del espacio de aire. Asimismo, se utiliza una resistencia para dar cuenta de la energía que sale del circuito eléctrico como potencia mecánica generada. En este artículo al referirnos a los parámetros del motor, lo haremos respecto a los equivalentes físicos dados por el circuito equivalente de la máquina y no a los elementos reales de esta.

Con tal de simplificar la representación del motor en el modelo, se realizan una serie de hipótesis habituales en toda la literatura que rodea este tema:

- Estator y rotor lisos (entrehierro constante).
- Máquina de inducción trifásica equilibrada y simétrica (bobinas de estator idénticas por fase y bobinas equivalentes de rotor idénticas por fase).
- Comportamiento magnético del hierro lineal prescindiendo de la saturación del hierro.
- Permeabilidad magnética del hierro elevada (reluctancia magnética despreciable frente a la del entrehierro).
- Distribución sinusoidal del campo en el entrehierro.

La Figura 1 representa los parámetros eléctricos de un motor de inducción, y sirve como base para establecer su

modelado matemático. Con todas las hipótesis realizadas, las ecuaciones que rigen el comportamiento eléctrico de la máquina de inducción trifásica mostrada en la Figura 1 en las variables de la máquina son[23]:

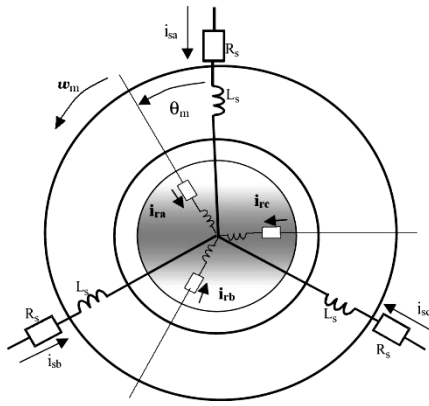
$$\begin{aligned} V_{sa} &= R_s i_{sa} + \frac{\partial \lambda_{sa}}{\partial t}, & V_{ra} &= R_r i_{ra} + \frac{\partial \lambda_{ra}}{\partial t}, \\ V_{sb} &= R_s i_{sb} + \frac{\partial \lambda_{sb}}{\partial t}, & V_{rb} &= R_r i_{rb} + \frac{\partial \lambda_{rb}}{\partial t}, \\ V_{sc} &= R_s i_{sc} + \frac{\partial \lambda_{sc}}{\partial t}, & V_{rc} &= R_r i_{rc} + \frac{\partial \lambda_{rc}}{\partial t} \end{aligned} \quad (1)$$

Donde  $\lambda_s$  es el flujo que atraviesa a cada una de las espiras del estator, y  $\lambda_r$  es el flujo que atraviesa a cada espira del rotor, siendo  $R_s i_s$  la caída de tensión óhmica en cada espira del estator y  $R_r i_r$  la caída de tensión óhmica en cada espira del rotor y donde los índices  $a$ ,  $b$  y  $c$  indican la correspondiente fase del estator o rotor.

Expresando (1) en forma matricial se tiene:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{v}_s \\ \mathbf{v}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_s & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{R}_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i}_s \\ \mathbf{i}_r \end{bmatrix} + \frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} \lambda_s \\ \lambda_r \end{bmatrix} \quad (2)$$

Donde cada uno de los términos en (2) representa una matriz  $3 \times 3$  o en su caso un vector  $3 \times 1$ . Para un motor con rotor jaula de ardilla los debandados equivalentes de rotor están cortocircuitados por un mismo conductor lo que implica que  $v_{ra} = v_{rb} = v_{rc} = 0$ . Al referirnos a un motor de este tipo, las tensiones que se inducen en el rotor son nulas. Las matrices  $\mathbf{R}_s$  y  $\mathbf{R}_r$  quedan expresadas en función de parámetros internos del motor, estos son los equivalentes de las pérdidas en el cobre de estator y de rotor respectivamente.



**Figura 1 Máquina de Inducción Trifásica**

Las relaciones entre los flujos y las intensidades según lo mostrado en [2] y [3]son:

$$[\lambda] = L [i] \Rightarrow \begin{bmatrix} \lambda_s \\ \lambda_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_s & M_{sr} \\ M_{rs} & L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_s \\ i_r \end{bmatrix} \quad (3)$$

Donde la matriz de coeficientes de acoplamiento,  $L$ , está formada por:

$$L_s = \begin{bmatrix} l_s + m & -\frac{m}{2} & -\frac{m}{2} \\ -\frac{m}{2} & l_s + m & -\frac{m}{2} \\ -\frac{m}{2} & -\frac{m}{2} & l_s + m \end{bmatrix} \quad L_r = \begin{bmatrix} l_r + m & -\frac{m}{2} & -\frac{m}{2} \\ -\frac{m}{2} & l_r + m & -\frac{m}{2} \\ -\frac{m}{2} & -\frac{m}{2} & l_r + m \end{bmatrix}$$

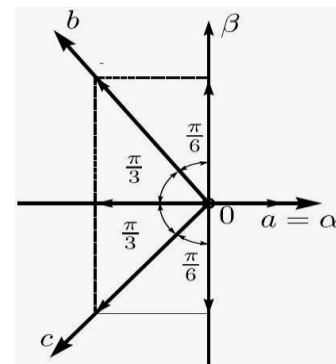
$$M_{sr} = \begin{bmatrix} m \cos\left(\frac{p}{2} \theta_m\right) & m \cos\left(\frac{p}{2} \theta_m + \frac{2\pi}{3}\right) & m \cos\left(\frac{p}{2} \theta_m - \frac{2\pi}{3}\right) \\ m \cos\left(\frac{p}{2} \theta_m - \frac{2\pi}{3}\right) & m \cos\left(\frac{p}{2} \theta_m\right) & m \cos\left(\frac{p}{2} \theta_m + \frac{2\pi}{3}\right) \\ m \cos\left(\frac{p}{2} \theta_m + \frac{2\pi}{3}\right) & m \cos\left(\frac{p}{2} \theta_m - \frac{2\pi}{3}\right) & m \cos\left(\frac{p}{2} \theta_m\right) \end{bmatrix}$$

Las inductancias  $l_s$  y  $l_r$  representan los campos magnéticos dispersos debido al flujo de fuga en el estator y en el rotor respectivamente,  $m$  representa la energía almacenada en el espacio de aire entre el estator y el rotor y se conoce como inductancia de magnetización por fase.

Las ecuaciones (1) a (3) en variables de la máquina forman un sistema de ecuaciones diferenciales no lineales, debido a que  $\theta_m$  es dependiente del tiempo, y con coeficientes no constantes lo que complica su solución numérica, y hace imposible su resolución analítica (a no ser que se considere la velocidad constante, es decir, en régimen permanente).

### III. EXPRESIÓN DE LA MATRIZ DE TRANSFORMACIÓN

En la práctica, las ecuaciones se referencian a uno de los devanados, en este trabajo se referencian al devanado del estator. Por otro lado, trabajar con las ecuaciones mostradas hasta ahora sería costoso computacionalmente por su dependencia con el ángulo mecánico,  $\theta_m$ . Para reducir este costo computacional se suele representar el modelo del motor en otro marco de referencia, definiendo para ese marco de referencia fijo tres ejes coordenados ortogonales entre sí  $\alpha$ - $\beta$ -0, estando  $\alpha$  alineado con el eje  $a$  del estator (que origina las componentes directas) y  $\beta$  en cuadratura (que origina las componentes en cuadratura), es decir, esta transformación consiste en reducir un sistema compuesto por tres variables representadas en un sistema coordenado de tres ejes separados  $120^\circ$  entre si, a un sistema de tres variables expresadas en tres ejes perpendiculares uno respecto al otro. Esto se muestra en la Figura 2.



**Figura 2 Relación entre los sistemas coordenados abc y  $\alpha$ - $\beta$ -0**

Para ser consecuentes con las transformaciones usuales en la literatura y partiendo de lo mostrado en la Figura 2, la ecuación de transformación que permite expresar un vector  $X_{abc}$  descrito en las coordenadas de la máquina  $a, b, c$ , en términos de las coordenadas del marco de

referencia fijo  $\alpha\text{-}\beta\text{-}0$ , y por lo tanto definir un nuevo vector  $\mathbf{X}_{\alpha\beta 0}$  es:

$$\mathbf{P} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (4)$$

Esta transformación de ejes coordenados es conocida en la literatura como la transformación de Clarke. Para la máquina de inducción trifásica modelada hasta ahora se puede simplificar la notación definiendo,

$$\mathbf{v}_{abc} = \begin{bmatrix} \mathbf{v}_s \\ \mathbf{v}_r \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_s & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{R}_r \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_s & \mathbf{M}_{sr} \\ \mathbf{M}_{rs} & \mathbf{L}_r \end{bmatrix}, \quad \mathbf{i}_{abc} = \begin{bmatrix} \mathbf{i}_s \\ \mathbf{i}_r \end{bmatrix}$$

Con lo cual (2) en variables de la maquina según la ley de Kirchhoff puede verse de la forma:

$$\mathbf{V}_{abc} = \mathbf{R}\mathbf{i}_{abc} + \frac{\partial}{\partial t} [\mathbf{L}\mathbf{i}_{abc}] \quad (5)$$

Reorganizando,

$$\mathbf{V}_{abc} = \left[ \mathbf{R} + \frac{\partial \mathbf{L}}{\partial t} \right] \mathbf{i}_{abc} + \mathbf{L} \frac{\partial \mathbf{i}_{abc}}{\partial t} \quad (6)$$

Para obtener el modelo del motor en términos de las variables definidas del marco de referencia estacionario  $\alpha\text{-}\beta\text{-}0$ , se utiliza la transformación de ejes coordenados (4) sobre (6) de lo cual,

$$\mathbf{V}_{\alpha\beta 0} = \mathbf{P}_c \mathbf{V}_{abc}, \quad \mathbf{i}_{\alpha\beta 0} = \mathbf{P}_c \mathbf{i}_{abc},$$

$$\mathbf{V}_{\alpha\beta 0} = \mathbf{P}_c \left[ \mathbf{R} + \frac{\partial \mathbf{L}}{\partial t} \right] \mathbf{P}_c^{-1} \mathbf{i}_{\alpha\beta 0} + \mathbf{P}_c \mathbf{L} \mathbf{P}_c^{-1} \frac{\partial \mathbf{i}_{\alpha\beta 0}}{\partial t}$$

Donde  $\mathbf{P}_c = \begin{bmatrix} \mathbf{P} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{P} \end{bmatrix}$  y  $\mathbf{P}$  definida por (4), de este desarrollo llegamos a:

$$\begin{aligned} v_{s\alpha} &= R_s i_{s\alpha} + L_s \frac{\partial}{\partial t} i_{s\alpha} + L_m \frac{\partial}{\partial t} \left( i_{r\alpha} \cos\left(\frac{p}{2}\theta_m\right) - i_{r\beta} \sin\left(\frac{p}{2}\theta_m\right) \right) \\ v_{s\beta} &= R_s i_{s\beta} + L_s \frac{\partial}{\partial t} i_{s\beta} + L_m \frac{\partial}{\partial t} \left( i_{r\alpha} \sin\left(\frac{p}{2}\theta_m\right) + i_{r\beta} \cos\left(\frac{p}{2}\theta_m\right) \right) \\ 0 &= R_r i_{r\alpha} + L_r \frac{\partial}{\partial t} i_{r\alpha} + L_m \frac{\partial}{\partial t} \left( i_{s\alpha} \cos\left(\frac{p}{2}\theta_m\right) + i_{s\beta} \sin\left(\frac{p}{2}\theta_m\right) \right) \\ 0 &= R_r i_{r\beta} + L_r \frac{\partial}{\partial t} i_{r\beta} + L_m \frac{\partial}{\partial t} \left( -i_{s\alpha} \sin\left(\frac{p}{2}\theta_m\right) + i_{s\beta} \cos\left(\frac{p}{2}\theta_m\right) \right) \end{aligned} \quad (7)$$

Aplicando de igual manera la transformación (4) a (3) se obtiene para los flujos,

$$\begin{aligned} \lambda_{s\alpha} &= L_s i_{s\alpha} + L_m \frac{\partial}{\partial t} \left( i_{r\alpha} \cos\left(\frac{p}{2}\theta_m\right) - i_{r\beta} \sin\left(\frac{p}{2}\theta_m\right) \right) \\ \lambda_{s\beta} &= L_s i_{s\beta} + L_m \frac{\partial}{\partial t} \left( i_{r\alpha} \sin\left(\frac{p}{2}\theta_m\right) + i_{r\beta} \cos\left(\frac{p}{2}\theta_m\right) \right) \\ \lambda_{r\alpha} &= L_r i_{r\alpha} + L_m \frac{\partial}{\partial t} \left( i_{s\alpha} \cos\left(\frac{p}{2}\theta_m\right) + i_{s\beta} \sin\left(\frac{p}{2}\theta_m\right) \right) \\ \lambda_{r\beta} &= L_r i_{r\beta} + L_m \frac{\partial}{\partial t} \left( -i_{s\alpha} \sin\left(\frac{p}{2}\theta_m\right) + i_{s\beta} \cos\left(\frac{p}{2}\theta_m\right) \right) \end{aligned} \quad (8)$$

En estas ecuaciones  $L_m = (3/2)m$ ,  $L_s = l_s + m$  y  $L_r = l_r + m$ . El modelo equivalente (7) es función de las expresiones  $\cos(p\theta_m/2)$  y  $\sin(p\theta_m/2)$  pero esta dependencia podría eliminarse. Para lo cual se puede definir la parte del flujo de rotor como[26]:

$$\begin{bmatrix} \psi_{r\alpha} \\ \psi_{r\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\frac{p}{2}\theta_m) & -\sin(\frac{p}{2}\theta_m) \\ \sin(\frac{p}{2}\theta_m) & \cos(\frac{p}{2}\theta_m) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_{r\alpha} \\ \lambda_{r\beta} \end{bmatrix}$$

Ahora, sustituyendo esta expresión en los flujos de rotor de (8), se obtiene,

$$\begin{aligned} \psi_{r\alpha} &= L_r \left( i_{r\alpha} \cos(\frac{p}{2}\theta_m) - i_{r\beta} \sin(\frac{p}{2}\theta_m) \right) + L_m i_{s\alpha} \\ \psi_{r\beta} &= L_r \left( i_{r\alpha} \sin(\frac{p}{2}\theta_m) + i_{r\beta} \cos(\frac{p}{2}\theta_m) \right) + L_m i_{s\beta} \end{aligned} \quad (9)$$

Usando (9) en (7) se eliminan las corrientes de rotor y el modelo del motor queda en términos de las variables de estado  $i_{s\alpha}$ ,  $i_{s\beta}$ ,  $\psi_{r\alpha}$  y  $\psi_{r\beta}$ . Además, aparece  $w_m$  en las ecuaciones, donde  $w_m = d\theta_m/dt$ . Entonces aplicando (9) sobre (7) y reescribiendo se tiene:

$$\begin{aligned} v_{s\alpha} &= R_s i_{s\alpha} + L_s \left( 1 - \frac{L_m^2}{L_r L_s} \right) \frac{\partial}{\partial t} i_{s\alpha} + \frac{L_m}{L_r} \frac{\partial}{\partial t} \psi_{r\alpha} \\ v_{s\beta} &= R_s i_{s\beta} + L_s \left( 1 - \frac{L_m^2}{L_r L_s} \right) \frac{\partial}{\partial t} i_{s\beta} + \frac{L_m}{L_r} \frac{\partial}{\partial t} \psi_{r\beta} \\ 0 &= \frac{R_r}{L_r} \psi_{r\alpha} - \frac{L_m R_r}{L_r} i_{s\alpha} + \frac{p}{2} w_m \psi_{r\beta} + \frac{\partial}{\partial t} \psi_{r\alpha} \\ 0 &= \frac{R_r}{L_r} \psi_{r\beta} - \frac{L_m R_r}{L_r} i_{s\beta} - \frac{p}{2} w_m \psi_{r\alpha} + \frac{\partial}{\partial t} \psi_{r\beta} \end{aligned} \quad (10)$$

Para algunos trabajos y diseño de controladores se hace necesario expresar a (10) de la forma  $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu}$ , para ello se escribe (10) de modo vectorial y reorganizando, se obtiene:

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \\ \psi_{r\alpha} \\ \psi_{r\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\gamma & 0 & \frac{\delta}{\tau_r} & \frac{\delta p}{2} w_m \\ 0 & -\gamma & -\frac{\delta p}{2} w_m & \frac{\delta}{\tau_r} \\ \frac{L_m}{\tau_r} & 0 & \frac{1}{\tau_r} & -\frac{p}{2} w_m \\ 0 & \frac{L_m}{\tau_r} & \frac{p}{2} w_m & \frac{1}{\tau_r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \\ \psi_{r\alpha} \\ \psi_{r\beta} \end{bmatrix} + \frac{1}{\sigma L_s} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{s\alpha} \\ v_{s\beta} \end{bmatrix} \quad (11)$$

Donde  $\gamma = R_r/\sigma L_s + L_m^2/(\sigma L_s L_r \tau_r)$ ,  $\delta = L_m/(\sigma L_s L_r)$ ,  $\tau_r = L_r/R_r$  y  $\sigma = 1 - L_m^2/(L_s L_r)$ . El par motor generado en coordenadas  $\alpha$ - $\beta$ -0 según [26] es,

$$\begin{aligned} \Gamma_M &= L_m [-i_{r\alpha} i_{s\alpha} \sin(\frac{p}{2}\theta_m) + i_{r\alpha} i_{s\beta} \cos(\frac{p}{2}\theta_m) \\ &\quad - i_{r\beta} i_{s\alpha} \cos(\frac{p}{2}\theta_m) - i_{r\beta} i_{s\beta} \sin(\frac{p}{2}\theta_m)] \end{aligned} \quad (12)$$

Haciendo uso de (9) en (12) se tiene,

$$\Gamma_M = \frac{L_m}{L_r} \frac{p}{2} (\psi_{r\alpha} i_{s\beta} - \psi_{r\beta} i_{s\alpha}) \quad (13)$$

Por otro lado, como es explicado ampliamente en la literatura el comportamiento dinámico de la velocidad de un motor esta dado por la expresión:

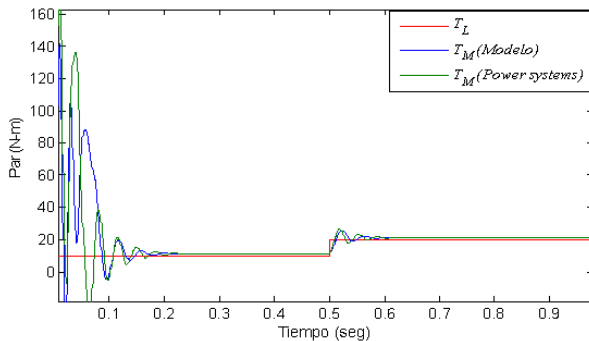
$$J \frac{\partial w_m}{\partial t} + f_r w_m = \Gamma_M - T_L \quad (14)$$

Con  $f_r$  y  $T_L$  como coeficiente de viscosidad dinámica y par de carga respectivamente,  $J$  es el momento de inercia total.

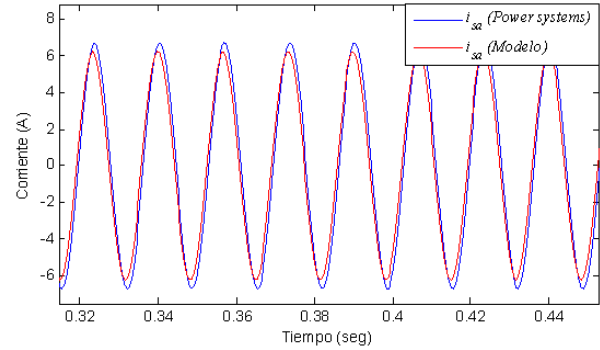
#### IV. PRUEBAS AL MODELO DEL MOTOR

El modelo dado por las ecuaciones (11), (13) y (14) se compara con un modelo del motor de *power systems* en *matlab/simulink*. Para el modelo se tomaron los parámetros del motor de inducción trifásico dado por *power systems*. Estos parámetros son: número de polos 4, frecuencia 60 Hz, potencia de salida 5 hp, velocidad 1750 rpm, voltaje de línea 460 V, y los parámetros internos:  $R_s = 1.115 \Omega$ ,  $l_s = 0.005974$  h,  $R_r = 1.083 \Omega$ ,  $l_r = 0.005974$  h,  $J = 0.02$ ,  $f_r = 0.005752$  y  $m = 0.2037$  h. El cálculo de los parámetros internos de un motor a partir de los valores de la placa de identificación se muestra en [25].

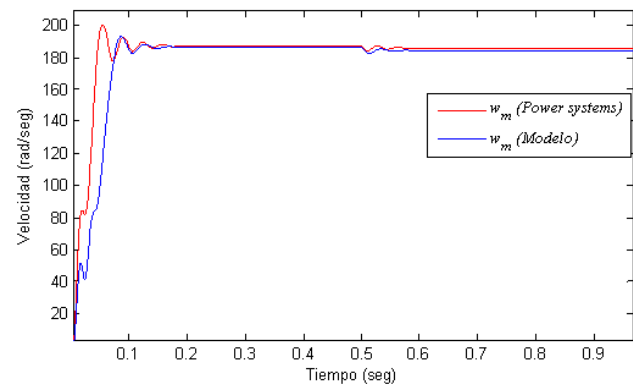
El modelo del motor se alimenta con un sistema trifásico de tensiones y se le aplica un par de carga ( $T_L$ ) el cual varía en el tiempo tal como se muestra en la Figura 3. El comportamiento del par motor tanto del modelo como el de *power systems* se indican de igual forma en la Figura 3. Para confrontar las corrientes de estator es necesario expresar las corrientes del modelo en coordenadas  $a, b, c$  de la maquina, para lo cual se multiplica las corrientes  $i_{\alpha\beta}$  por la inversa de la matriz (4), en la Figura 4 se observa la fase  $a$  de las corrientes de estator. Por último el comportamiento de la velocidad mecánica se ilustra en la Figura 5. De los resultados obtenidos puede decirse que el modelo del motor dado por las ecuaciones (11), (13) y (14) es coherente y corresponde al comportamiento dinámico de la maquina descrita.



**Figura 3** Comportamiento del par motor según el par de carga.



**Figura 4** Corrientes de estator en coordenadas de la maquina.



**Figura 5** Respuesta de velocidad del modelo del motor.

#### V. CONCLUSIONES

Se ha descrito el modelado de una maquina de inducción trifásica con rotor jaula de ardilla, se obtuvo una descripción de la dinámica de un motor en coordenadas  $\alpha\text{-}\beta\text{-}0$  que permite el diseño de controladores, observadores y estimadores de variables físicas para el control de la maquina rotatoria. Este tipo de modelo presenta la ventaja de que no necesita estar alineado con el flujo magnético de rotor, como si lo necesita el modelado en coordenadas  $d\text{-}q\text{-}0$ . Además facilita diseñar observadores de estados con este modelo, esto para la estimación del flujo de rotor que es una variable que no es posible medir en estas maquinas dado que la corriente en los devanados del rotor se origina por inducción electromagnética.

## VI REFERENCIAS

- 
- [22] KERKMAN, J., SCHLEGEL, W., SKIBINSKI, L.; "Effect of PWM inverters on AC motor bearing currents and shaft voltages", *IEEE Trans. Industry Applications*, vol. 32, no. 2, Mar. 1996, pp. 250- 259
- [23] FLORES, G.; "Modelado y simulación del control vectorial por campo orientado del motor de inducción basado en el método directo". Tesis para optar al título de ingeniero electrónico, Universidad de Pamplona, Departamento de Ingenierías, 2006.
- [24] ROBBINS, M. y TORE M.; "Power Electronics, Converters, Applications and Design", *John Wiley and Sons, Inc., New York*, 1995.
- [25] COSTA, A., CIUMBUELEA, G., FERNANDEZ, X.; "Calculo de los parámetros del motor de inducción a partir de datos de catalogo", revista Energía y computación, Cali, Colombia, 2004.
- [26] CHIASSON, J.; "Modeling and High performance control of electric Machines", Hoboken, NJ, USA: John Wiley & Sons, Incorporated, 2005.

**Francisco Franco:** Ingeniero Físico de la Universidad del Cauca, Magister en electrónica y telecomunicaciones, Docente del programa de ingeniería Electrónica en la Corporación Autónoma del Cauca.